Journal of the Ergonomics Society of Korea
Vol. 14, No.2, 1995

수치해석적 방법을 이용한 Inverse Kinematics에 관한 연구
A Study of Inverse Kinematice Using Numerical Methods

Poo-Kyung Oh, Myung-Ju Kang, Chi-Geun Han
Dept. of Computer Engineering, Kyung Hee University

ABSTRACT

The Inverse Kinematics can be used for representing the motion of human body model. In order to find the final figure of the human body model with given target position, we can use the formula $\dot{x}=J\dot{\theta}$, where J is the Jacobian matrix of $x=f(\theta)$, of the Inverse Kinematics. In this formula, f has so complicated form that it is difficult to calcuate the Jacobian matrix J by expanding all formulae exactly. In this paper, a numerical method that calculates the Jacobian matrix is proosed. The simulation results obtained by using the simple human model reprsent that the proposed. The simulation results obtained by using the simple human model represent that the proposed method is useful for generating the final figure of the body model.

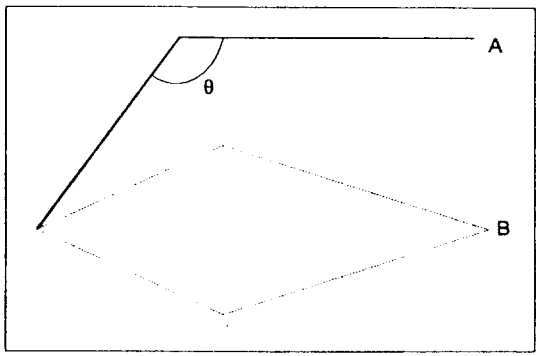
1. 서 론

인체모델의 움직임을 표현하기 위해 주로 사용되는 방법은 Forwad Kinematics와 Inverse Kinematics기법이다[4]. Inverse Kinematics는 인체의 한 지체가 목표지점에 도달한 경우, 각 관절의 각도를 계산하여 최종 형상을 결정하는 방법이다. Inverse Kinematics는 Jacobian Matrix를 이용하여 계산되므로, Jacobian Matrix의 편미분 전개식을 구하기 위하여 모든 편미분 전개식을 구하여야 한다. 그러나, 인체는 상황에 따라 다양한 움직임을 가진다. 인체의 특정 부위만을 움직이는 경우는 편미분 전개식이 구해질 수 있으나, 인체는 움직이는 부위가 달라지는 경우의 편미분 전개식은 구 수 없다. 또한 인체는 자유도가 10이상 되면 식을 전개하기는 매우 어렵다. 인체는 3차원으로 표현되므로, Jacobian Matrix의 각 편미분 전개식은 매우 복잡해 진다. 인체모델을 Inverse Kinematics를 이용하여 표현한 경우, 8개 정도의 자유도를 가지는 경웨 한하여 편미분 전개식이 나와 있다[4].

* 본 연구는 1994년 한국과학재단 목적 기초 연구지원 사업으로 수행되었음.

2. Inverse Kinematics

Inverse Kinematics는 어떤 지체가 A지점에서 이동하여 B지점에 도달하였다고 하면, B지점에 도달한 후에 그 지체가 어떤 모양을 취할 것인가에 대한 연구이다[4]. [그림 1]은 이러한 기본적인 개념을 나타내고 있다.



[그림 1] Inverse Kinematics의 기본 개념도

지체가 A 지점에서 B지점에 도달한 후의 지체의 모양은 다양하게 나타날 수 있으며, 실제 지체의 모양을 결정하기 어렵다. 또한, 인체의 특성에 부합되지 않는 경우가 많다. 이러한 이동 후의 인체의 최종 모양을 결정하기 위한 방법의 하나로, Jacobian Matrix를 이용하여 전체적인 관절의 움직임을 결정하는 방법이다[4].

점 A의 좌표 x_A는 현재의 각 지체의 관절각도 θ_A의 함수로 표현된다. 즉,

$$x_A = f(\theta_A)$$

이다. 원하는 좌표 x_B로 이동할 때, 그 이동량은

$$\Delta x = X_B - X_A$$

로 표시되며, 이 때의 관절 각도를 θ_B로 표현하면,

$$x_B = f(\theta_B)$$

이다. 따라서,

$$\begin{aligned} x_B - x_A &= \Delta x \\ &= f(\theta_B) - f(\theta_A) \\ &\equiv \Delta f(\theta) \\ &= \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \cdot \Delta\theta \\ &\equiv J \cdot \Delta\theta \end{aligned}$$

그러므로,

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \qquad \text{[식 1]}$$

이고,

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}, \quad \dot{\theta} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

이다[2]. 3차원의 좌표 $x=(u, v, w)^T$, $\theta=(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)^T$, 자유도가 n일 때, [식 1]은 아래와 같이 나타난다.

$$\begin{vmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\theta f_1(\theta)}{\theta \partial_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(\theta)}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial f_2(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\theta f_2(\theta)}{\theta \partial_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(\theta)}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta_1} & \frac{\theta f_3(\theta)}{\theta \partial_2} & \cdots & \frac{\partial f_3(\theta)}{\partial \theta_n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{vmatrix}$$

이때, $u=f_1(\theta), v=f_2(\theta), w=f_3(\theta)$ 이다.

[식 1]에서 $\dot{x}$은 이미 알고 있고, 구하고자 하는 것은 $\dot{\theta}$이다. 따라서, [식 1]은 [식 2]와 같이 변형될 수 있다.

$$\dot{\theta} = J^+\dot{x} \qquad \text{[식 2]}$$

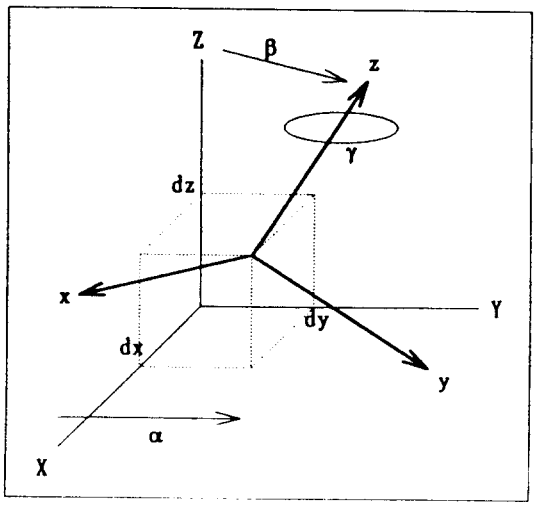
$J^+ = J^T(JJ^T)^{-1}$. $(J^+ : Pseudoinverse)$.

J^+는 Pseudoinverse로써 $Min \| \dot{\theta} \|^2$의 성질을 가진다. 즉, 변화량을 최소화한다. 이렇게

구해진 변화량은 현재 각 관절의 각도에 더해져서 이동 후의 최종 지체의 모양을 결정하게 된다.

3. 편미분 전개식을 이용하여 Jacobian Matrix를를 구할 때의 문제점

인체모델의 좌표계는 [그림 2]와 같이 나타난다.



[그림 2] 인체모델의 좌표계

각 지체는 절대좌표계 [X, Y, Z]에 대한 상대좌표계 [x, y, z]를 가지므로, 상대 좌표계는 절대 좌표계로 바뀌어 진 후 표현된다. 상대좌표계 하나를 절대 좌표계로 바꾸는 식 $f(\theta)$는 3차원 회전 행렬을 이용한다. 즉,

$$f(\theta)=R_\gamma R_\beta R_\alpha T_d$$

$$R_\gamma(R_\alpha)=\begin{bmatrix} \cos\gamma(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin\gamma(\alpha) & \cos\gamma(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_\beta=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_d=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ dx & dy & dz & 1 \end{bmatrix}$$

와 같이 나타난다.

여러 개의 지체를 가지는 시스템에서는 이러한 $f(\theta)$행렬의 연속적인 곱셈형태로 계산된다. 이렇게 구해진 식 $f(\theta)$를 자유도에 따라서 각각 편미분하여 Jacobian Matrix의 각 원소의 값으로 한다.

n개의 자유도를 가지는 인체 모델에서, 최종적으로 Jacobian Matrix를 완전히 구하기 위해서는 n번이 행렬곱셈과, 3n의 편미분이 필요하다. 인체의 경우, 일반화된 움직임을 표현하기 위하여, 각 지체는 [α,β,γ,d] 의 네 성분을 모두 가진다. 따라서, 상체 좌표계를 가지는 지체 하나를 절대좌표계로 변환하기 위한 $f(\theta)$는 다음과 같이 나타난다. [x,y,z] 는 지체의 좌표,[α,β,γ] 는 지체의 절대좌표계에 대한 각도이며 [dx,dy,dz] 는 상대좌표계가 절대좌표계로 부터 떨어져 있는 거리이다.

$$A=x\cos(\gamma)-y\sin(\gamma),$$
$$B=x\sin(\gamma)+y\cos(\gamma),$$
$$C=B\cos(\beta)-z\sin(\beta),$$

$$X=A\cos(\alpha)-C\sin(\alpha)+dx,$$
$$Y=A\sin(\alpha)+C\cos(\alpha)+dy,$$
$$Z=B\sin(\beta)+z\cos(\beta)+dz.$$

따라서, 1개의 지체를 변환하는 식 $f(\theta)$는 덧셈과 뺄셈으로 구분되는 곱셈항목이 총 16개며, 29번의 곱셈이 필요하다. 2개의 지체를 연결할 경우, 두 번째 지체를 절대 좌표계로 변환하기 위해서는 두 번의 변환의 필요하다. 따라서, 식 $f(\theta)$는 곱셈항목 68개, 곱셈연산 299개로, 식은 급속히 팽창한다. 따라서 지체가 3개인 경우만 되어도, 식의 복잡성과 팽창성으로 인하여, 오류없이 정확한 전개식을 구하기는 힘들다는 것을 알 수 있다. 또한, 구할 수 있다고 하더라도, 위의 계산은 움직이는

지체의 수가 이미 정해져 있는 상황에만 한정된다. 인체모델에서의 일반적인 상황에서는 특정부위의 계산을 벗어나, 다른 부위도 같이 계산되어야 할 상황이 생긴다. 예를 들어, 팔을 목표지점까지 움직일 경우, 목표지점에 팔이 도달하지 못할 때는, 허리까지도 움직일 수 있다. 또는 각각의 부위가 서로 다른 방향으로 움직일 경우도 생길 수 있다. 이와 같은 인체의 다양한 상황에 대처할 수 있는 고정된 편미분 전개식을 만들 수 없으며, 임의의 상황에 따른 모든 경우의 편미분 전개식을 각각 생성한다는 것을 불가능하다. 인체의 움직임은 고정되어 있지 않으며, 임의의 상황에서 어느 정도의 자유도가 필요할 지는 미리 결정되지 않는다. 따라서, 편미분 전개식을 구하지 않고, 원하는 Jacobian Matrix를 구할 수 있는 방법이 필요하며, 그 방법 중의 하나로, 수치 해석적 방법을 이용하였다. 이를 도식적으로 표현하면 [그림 3]과 같다.

[그림 3] 두 가지 방법의 도식적인 이해도

4. 수치해석적 방법을 이용한 Jacobian Matrix 계산

수치미분의 기본적인 개념은 어느 한 점에서의 미분값은 그 점의 기울기라는 사실에서 출발한다. 함수 $g(x)$가 주어질 때, $g(x)$의 일차미분의 다음의 4가지 수치미분 방법으로 구할 수 있다[1,5]. h는 미분점에서 떨어진 거리, 즉, 구간폭(Stepsize)을 의미한다.

(1) 두 점 전진/후진 차분 근사식

$$g'(\theta)=\frac{g(x+h)-g(x)}{h},\ \text{오차}=O(h^2).$$

(2) 두 점 중심 차분 근사식

$$g'(\theta)=\frac{g(x+h)-g(x-h)}{2h},\ \text{오차}=O(h^2).$$

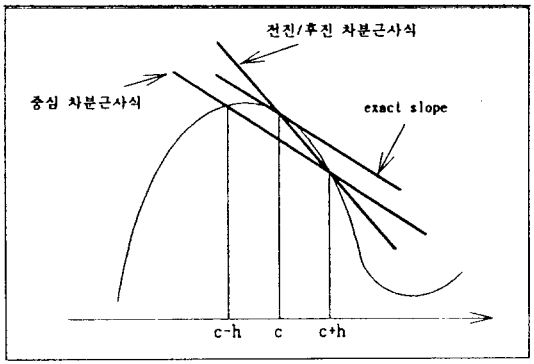
(3) 세 점 전진/후진 차분 근사식

$$g'=\frac{1}{2h}[\ -3g(x)+4g(x+h)-g(x+2h)\ ],\ \text{오차}=O(h^2).$$

(4) 네 점 중심 차분 근사식

$$g'=\frac{1}{12h}[\ g(x-2h)-8g(x-h)+8g(x+h)+g(x+2h)],\ \text{오차}=O(h^4).$$

두 점 중심 차분 근사식과 두 점 전진/후진 차분 근사식의 기하학적 표현이 [그림 4]에 나타나 있다. 일반적으로 중심 차분 근사식이 오차가 작게 나타남을 알 수 있다.



[그림 4] 두 점 중심차분 근사식과 전진/후진 차분근사식의 기하학적 해석

네 점 중심 차분 근사식은 특히 오차가 $O(h^4)$의 특성을 가지므로, 이론적으로 4가지 근사식중에서 가장 좋은 결과 나타낸다[1].

이렇게 얻어진 네가지 식을 인체 모델에 적용하여, 어느 근사식이 실제 미분값에 보다 근사한 지 조사해보고, h값에 따른 오차를 살펴본다. 인체모델에서 두 점 차분 근사식의 경우, $f_1(\theta)$가 $g(x)$에 해당하며, $\frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta_j}$의

값을 $\frac{f_i(\theta+\tau)-f_i(\theta)}{h}$로 근사시킨다. 이 때, $\theta \equiv (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)^T$, $\tau=(0, \cdots, 0, h, 0, \cdots, 0)^T$, 즉, j번째 Componen가 h인 벡터이다

5. 실험 계산

4장에서 언급한 수치해석적 방법으로 구한 Jacobian Matrix의 유용성을 평가하기 위하여 3장의 편미분 전개식을 이용하여 구한 정확한 Jacobian Matrix를 포함하는 Inverse Kinematics의 결과와 비교하여 보았다. 프로그램은 486DX266 PC상에서 Borland C++ 3.1 컴파일러를 사용하여 수행되었다.

5.1 인체모델의 계산 특성

인체모델은 좌표계 변환이 주된 계산이므로, 계산의 대부분은 sin과 cos계산이다. 컴퓨터상의 최대 정밀도를 이용하여 계산을 한다 하여도, 많은 sin, cos계산과 곱셈, 덧셈으로 인하여, 심한 절단오차가 발생한다. 인체모델에서는 수용가능한 오차를 가질 수 있도록 조성되어 있다. 인체 움직임의 정밀도는 일반적으로 2mm정도로 알려져 있으며, 로보트의 경우 0.5mm정도까지 섬세하게 움직일 수 있다고 알려져 있다. 미분 전개식에서 발생되는 오차는 충분히 작은 값을 가지며, 인체모델에서 수용 가능하다. 따라서, 미분 전개식으로 얻은 값을 정확한 값으로 정하고, 그 값을 기준으로 하여, 각 근사식의 오차를 측정하였다.

인체모델은 하나의 값을 정하고, 그 값을 계산하는 것이 아니라, 항상 3차원 좌표계의 값, 즉, x,y,z의 세 값을 계산한다. 따라서, 임의의 상황에서, 각 근사식은 항상 좋거나, 나쁘기 보다는, 어느 부분이 좋거나, 나쁜 결과를 나타낼 수 있다. 각 관절은 여러 가지 상황에 있을 수 있으며, 극단적으로, 계산이 불가능한 상황에도 처할 수 있다. 따라서, 오차를 측정하기 위하여, 인체의 각 관절을 계산 가능한 상황으로 설정하였다.

5.2 고정된 h값에 따른 근사식별 오차

[표 1]은 h값을 0.01로 고정시킨 상태에서, 각 근사식별로 나타나는 오차를 x,y,z 각각에 대하여 나타낸 것이다. 계산된 인체의 상황은 2개의 지체를 가진 시스템에서 지체의 끝 점을 [x,y,z] 방향으로 각각 1mm씩 100번 이동하여 총 100mm 움직였을 경우이다. 실제 도달지점과 목표지점과의 오차를 측정하였다. [표 1]에서 전진/후진 차분 근사식이 대체로 오차가 크게 나타나며, 중심차분 근사식이 오차가 작게 나타난다. 또한 중심차분 근사식에서도 네 점 중심 차분 근사식이 가장 오차가 작게 나타났다. 따라서, 이론적인 오차와 동일한 성질을 가지고 있음을 알 수 있다.

[표 1] 고정된 h값(0.001)에 따른 각 근사식의 오차

	X	Y	Z
편미분 전개식	0.0	0.0	0.0
두 점 전진/후진 차분 근사식	3.41730067*e-3	8.88513287*e-3	5.23671123*e-3
두 점 중심 차분 근사식	1.67666419*e-6	1.65494758*e-6	1.66951186*e-6
세 점 전진/후진 차분 근사식	3.35158946*e-6	3.31432535*e-6	3.34161005*e-6
네 점 중심 차분 근사식	3.35426131*e-13	3.31089323*e-13	63.33608141*e-13

5.3 다양한 h에 따른 근사식별 오차

h를 0.1부터 $1.0*10^{-10}$까지 실험한 결과, 수치해석적 방법의 특성인 구간폭 딜레마(Stepsize Dilemma)가 발생되었다. 따라서 구간폭을 어떻게 정하느냐에 따라서 오차의 정도가 달라질 수 있다.

[표 2] 다양한 h에 따른 근사식별 오차(x의 경우)

h	두 점 전/후진 차분 근사식	두 점 중심 차분 근사식	세 점 전/후진 차분 근사식	네 점 중심 차분 근사식
$1.0*10^{-1}$	1.3909*e-1	1.6786*e-2	3.1592*e-2	3.3493*e-5
$1.0*10^{-2}$	2.9236*e-2	1.6766*e-4	3.3357*e-3	3.3532*e-9
$1.0*10^{-3}$	3.4173*e-3	1.6766*e-6	3.3515*e-6	3.3512*3-13
$1.0*10^{-4}$	3.4669*e-4	1.6766*e-8	3.3531*-8	2.0955*e-15
$1.0*10^{-5}$	3.4719*e-5	1.6766*e-10	3.3527*e-10	8.4550*e-15
$1.0*10^{-6}$	3.4724*e-6	1.4797*e-12	3.7427*e-12	1.2181*e-14
$1.0*10^{-7}$	3.4724*e-7	8.7540*e-13	6.1684*e-12	3.0753*e-12
$1.0*10^{-8}$	3.4775*e-8	2.7947*e-12	2.6090*e-12	1.4704*-11
$1.0*10^{-9}$	3.5171*e-9	2.2963*e-10	5.4606*e-11	3.2673*e-10
$1.0*10^{-10}$	5.5639*e-11	2.4872*e-9	8.9000*e-10	3.7719*e-9

실험을 통하여, 적당한 구간폭은 1.0×10^{-3} 부터 1.0×10^{-7} 사이에 있음을 알 수 있었고, 네점 중심 차분 근사식의 경우, h가 1.0×10^{-4} 에서 편미분 전개식에 가장 근사한 값을 나타내었으며 오차는 거의 없었다. [표 2]는 다양한 h에 따른 근사식별 오차를 [X]에 대하여만 나타내고 있다. [표 1]의 실험과 동일한 상황에서 실험한 결과이다.

두 점 전진/후진 차분 근사식의경우는 사용하기 힘들 정도의 심한 오차를 보였으며, 세 점 전진/후진 차분 근사식은 세 점을 이용하지만, 두 점 중심 차분 근사식보다 오차가 많이 나타났다. 따라서, 세 점 전진/후진 차분 근사식도 좋은 방법이 아님을 알 수 있었다.

5.4 계산량의 비교

편미분 근사식의 경우 각 자유도에 대하여 하나의 행렬을 가진다. 본 논문에서는 인체의 각 관절에 대해 최대 3개의 자유도를 가지고 있다고 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이 경우 각 관절 당 최대 3개의 자유도에 대한 행렬과 이동 행렬 하나가 필요하므로, 관절의 수가 n일 경우 총 행렬의 수는 $4n$개가 된다. 따라서 $f(\theta)$식의 크기는 $4n$개의 행렬곱으로 나타난다. 편미분을 한 경우, sin과 cos변환만 이루어 지므로, 식의 크기는 거의 같다.

Jacobian Matrix의 원소는

$$\frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta_j},\ i=1,2,3,\ j=1,\cdots,m$$

이므로, J를 구하는 데는 총 $3m$개의 다른 $\frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta_j}$를 구하여야 한다. 따라서 $4n\cdot3m$개의 행렬곱을 계산하여야 한다.

수치미분의 경우, $f(\theta)$식의 크기는 편미분 전개식과 같이 $4n$이다. 두 점 중심 차분 근사식의 경우, 편미분 값을 얻기 위하여 $f(\theta+\tau)$와 $f(\theta-\tau)$의 두 번의 계산이 필요하고, 따라서 총 계산량은 $4n\cdot3m\cdot2$가 된다. 또한 네 점 중심 차분 근사식은 총 계산량이 $4n\cdot3m\cdot4$가 된다.

두 점 중심 차분 근사식과 네 점 중심 차분 근사식의 경우, 계산량이 편미분 전개식보다 두 배에서 네 배까지 많으므로, n과 m이 커질 경우, 계산속도에 많은 영향을 미칠 수 있다.

5.5 근사식의 효율적인 응용

인체의 움직임을 표현하기 위해서는 복잡한 계산이 필요하다. 인체의 경우, 206개의 뼈를 가지고 있으므로 그 이하의 지체와 수백개의 자유도를 가지고 있기 때문에 $f(\theta)$의 계산은 많은 시간이 소요된다. 따라서, Jacobian Matrix를 이용하여 인체의 움직임을 표현할 때, 수치해석적 방법을 이용할 경우에는 두 가지 측면을 생각해 볼 수 있다. 정밀도가 우선적으로 중요한 경우와 시간이 중요한 경우이다. 인체 모델을 이용한 각종 Simulation을 할 경우, 실시간 적으로 처리될 상황이 발생할 수도 있고, 아주 정밀한 움직임이 요구될 수도 있다. 네 가지 근사식 중에서, 오차가 많은 두 점 전진/후진 차분 근사식과 두 점 차분 근사식보다 오차가 많은 세 점 차분 근사

식을 제외한, 2개의 중심 차분 근사식(두 점 중심 차분 근사식, 네 점 중심 차분 근사식)을 이용할 수 있다. 2개의 중심 차분 근사식 중에서, 시간이 중요한 문제에서는 두 점 중심 차분 근사식을 이용하고, 정밀도가 요구되는 경우에는 네 점 중심 차분 근사식을 이용할 수 있다. 또한 시스템의 속도가 우수하여, 계산속도가 중요하지 않을 경우에는 네 점 근사식만을 이용할 수 있다. 이러한 수치해석적 방법의 이용으로 각종 실험에서 인체모델은 실시간으로 계산되어 표현될 수 있고, 시간에 따른 인체 모델의 다양한 변화를 살펴볼 수 있을 것이다.

6. 결 론

인체의 움직임을 표현하는 방법 중에는 Inverse Kinematics를 이용한 계산법이 사용되며, Jacobian Matrix를 이용한다. 그러나 기존의 인체 움직임을 표현하는 방법에서는 편미분 전개식을 구해야만 했다. 이 방법은 두 가지 측면에서 문제가 있다. 하나는 인체의 경우, $f(\theta)$식 자체를 결정할 수 있는 고정된 상황만이 아니라, 다양한 상황이 발생될 수 있다. 두번째는, 편미분 전개식을 구하더라도, 움직일 지체의 수가 많아지면 식의 크기는 기하적으로 팽창한다. 따라서 오류가 없이 정확한 전개식을 얻기 힘들다.

$f(\theta)$식을 전개하여 구하지 않고, 수치해석적 방법을 이용하여 편미분 값을 구할 수 있다. 수치미분의 4가지 근사식을 이용하여, 실제 실험한 결과, 두 점 전진/후진 차분 근사식은 편미분 전개식의 결과보다 오차가 많이 발생하였고, 세 점 전진/후진 차분 근사식은 두 점 중심 차분 근사식보다 계산량이 많으나 오차가 많았다. 그러나 두 점 및 네 점 중심 차분 근사식은 보다 편미분값에 근접하였으며, 오차의 크기가 안정적이었다. 특히 네 점 중심 차분 근사식은 거의 편미분 전개식에 근사하였고, 오차의 크기가 허용오차보다 충분히 작았다. 따라서, 인체의 다양한 상황에 맞는 Jacobian Matrix를 생성하기 위한 방법으로 수치해석적 방법을 이용할 경우, 오차가 거의 없는 정확한 값을 얻을 수 있다.

$f(\theta)$의 계산이 시간이 많이 소요될 경우, 네 점 근사식보다는 두 점 근사식이 효율적일 수 있다. 수치해석적 방법을 이용할 경우, 편미분 전개식 보다 계산량이 두 배에서 네 배정도 많아지므로, 계산속도가 중요한 시스템에서는 선택적으로 사용되어야 한다.

제안된 방법은 생성된 간단한 인체모델(지체 17개, 자유도 20)을 이용하여 구현되어 그 효용성을 보여 주었다[3]/

7. 참고문헌

[1] 박재년, "수치해석", 정익사, 1991.

[2] 정원지, "여유자유도 매니퓰레이터의 기구학 및 동력학적 제어", 포항공과대학 대학원, 1992.

[3] 정민근, 정의승, 이관석, 전영호, 한치근, 한국과학재단 목적기초 3차년도 보고서, 과제번호 92-5400-01-01-3, 1995.

[4] Korein, J, U. and Badler, N, I., "Techniques for Generating the Goal-Directed Motion of Articulated Structures", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.2, No.9, pp. 71-88, Nov. 1982.

[5] Maron, M.J, and Lopez, R. J., "Numerical Analysis A Practical Approach", 3rd Ed., Wadsworth Publishing Co., 1990.